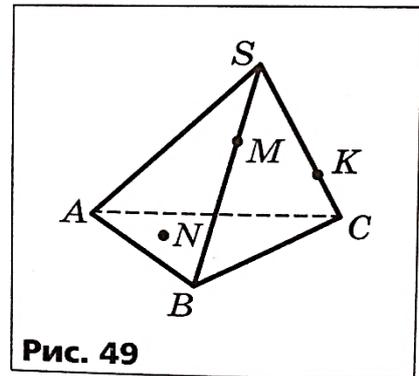


Контрольная работа: «Аксиомы стереометрии. Сечения»

1. Даны точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  такие, что  $AB = 2$  см,  $BC = 5$  см,  $AC = 3$  см. Сколько существует плоскостей, содержащих точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ ? Ответ обоснуйте.
2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$ . Точки  $A$  и  $C$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точки  $B$  и  $D$  — плоскости  $\beta$ . Прямые  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Докажите, что точка  $F$  принадлежит прямой  $a$ .
3. Середина стороны  $AB$ , а также середины диагоналей  $AD$  и  $BD$  выпуклого пятиугольника  $ABCDE$  принадлежат плоскости  $\alpha$ . Докажите, что все вершины пятиугольника принадлежат плоскости  $\alpha$ .
4. На рёбрах  $BC$  и  $CC_1$  призмы  $ABCA_1B_1C_1$  отметили точки  $M$  и  $N$  соответственно. Постройте линию пересечения плоскостей  $BA_1N$  и  $AMC_1$ .
5. Точки  $M$  и  $K$  принадлежат соответственно рёбрам  $SB$  и  $SC$  тетраэдра  $SABC$ , а точка  $N$  — грани  $ABC$  (рис. 49), причём прямые  $MK$  и  $BC$  не параллельны. Постройте сечение тетраэдра плоскостью  $MNK$ .



Контрольная работа: «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

1. Точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$ ,  $MB$ ,  $MC$  и  $AC$  тетраэдра  $MABC$  соответственно,  $BC = 42$  см,  $AM = 36$  см (рис. 50). Докажите, что точки  $D$ ,  $E$ ,  $F$  и  $K$  являются вершинами параллелограмма, и вычислите периметр этого параллелограмма.

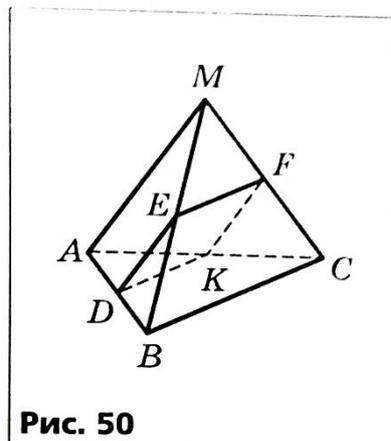


Рис. 50

2. Параллелограмм  $ABCD$  является изображением ромба  $A_1B_1C_1D_1$ , точка  $M$  — изображение некоторой точки  $M_1$  отрезка  $C_1D_1$  (рис. 51). Постройте изображение перпендикуляра, опущенного из точки  $M_1$  на диагональ  $B_1D_1$  ромба.

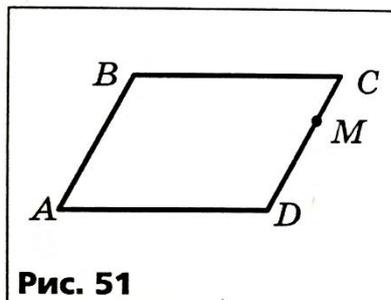


Рис. 51

3. Плоскости  $\beta$  и  $\gamma$  параллельны. Из точки  $A$ , не принадлежащей этим плоскостям и не находящейся между ними, проведены два луча. Один из них пересекает плоскости  $\beta$  и  $\gamma$  в точках  $B_1$  и  $C_1$ , а другой — в точках  $B_2$  и  $C_2$  соответственно. Найдите отрезок  $C_1C_2$ , если он на 14 см больше отрезка  $B_1B_2$ ,  $AC_1 = 11$  см,  $B_1C_1 = 7$  см.

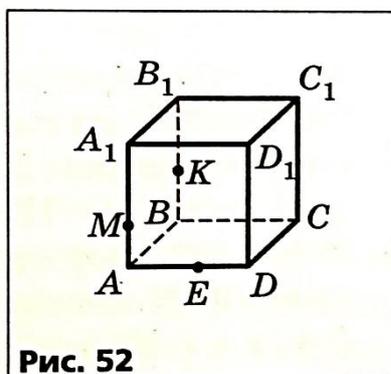


Рис. 52

4. На рёбрах  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $AD$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отметили соответственно точки  $M$ ,  $K$  и  $E$  (рис. 52). Постройте сечение куба плоскостью  $MKE$ .

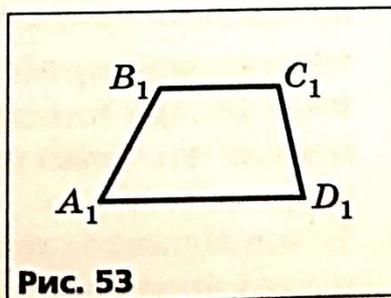


Рис. 53

5. Трапеция  $A_1B_1C_1D_1$  (рис. 53) — изображение трапеции  $ABCD$ , в которой  $AB = BC = CD$ . По-

## Контрольная работа: «Углы и расстояния»

1. Точка  $B$  принадлежит одной из граней двугранного угла и удалена от другой грани на  $4\sqrt{3}$  см. Найдите расстоя-

ние от точки  $B$  до ребра двугранного угла, если величина этого угла равна  $60^\circ$ .

2. Плоские углы  $APB$  и  $BPC$  трёхгранного угла  $PABC$  соответственно равны  $145^\circ$  и  $115^\circ$ . Докажите, что плоский угол  $APC$  меньше  $100^\circ$  и больше  $30^\circ$ .
3. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  перпендикулярны. Прямая  $a$  — линия их пересечения. В плоскости  $\alpha$  выбрали точку  $A$ , а в плоскости  $\beta$  — точку  $B$  такие, что расстояния от них до прямой  $a$  равны 4 см и 5 см соответственно. Найдите расстояние между точками  $A$  и  $B$ , если расстояние между их проекциями на прямую  $a$  равно  $2\sqrt{2}$  см.
4. Через вершину  $B$  квадрата  $ABCD$  провели перпендикуляр  $MB$  к плоскости квадрата. Угол между прямой  $MD$  и плоскостью квадрата равен  $60^\circ$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $MCD$ .
5. В тетраэдре  $DABC$  известно, что  $AC = 1$  см,  $BC = \sqrt{2}$  см,  $\angle ACB = 90^\circ$ . Угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADC$  равен  $60^\circ$ . Найдите угол между прямой  $AB$  и плоскостью  $ADC$ .

## Контрольная работа: «Многогранники»

1. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, катеты которого равны 6 см и 8 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если её боковое ребро равно 5 см.
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 6 см и 22 см, а боковое ребро —  $4\sqrt{5}$  см.
3. Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с боковой стороной  $a$  и углом  $\alpha$  при вершине. Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны  $\beta$ . Найдите:
  - 1) площадь боковой поверхности пирамиды;
  - 2) высоту пирамиды.
4. В наклонной треугольной призме, боковое ребро которой равно 18 см, проведено сечение, перпендикулярное

боковому ребру. Это сечение является треугольником со сторонами 3 см и 8 см и углом  $60^\circ$  между ними. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

5. На ребре  $AB$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отметили точку  $M$  так, что  $AM : MB = 3 : 4$ . Точки  $E$  и  $F$  — середины отрезков  $AB_1$  и  $BD$  соответственно. В каком отношении плоскость  $MEF$  делит диагональ  $B_1 D$ ?

## Итоговая контрольная работа

1. Сторона правильного треугольника равна  $6\sqrt{3}$  см. Точка  $M$  равноудалена от всех прямых, содержащих его стороны. Проекцией точки  $M$  на плоскость треугольника является точка, принадлежащая этому треугольнику. Найдите расстояние от точки  $M$  до сторон треугольника, если расстояние от точки  $M$  до плоскости треугольника равно  $6\sqrt{2}$  см.
2. Через вершину  $B$  треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC = 6$  см,  $AC = 8$  см, проведён перпендикуляр  $MB$  к плоскости треугольника. Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $AMC$ , если  $MB = 2\sqrt{15}$  см.
3. Основанием прямого параллелепипеда является ромб с острым углом  $\alpha$ . Большая диагональ параллелепипеда равна  $d$  и образует с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
4. Боковые грани  $DAB$  и  $DAC$  пирамиды  $DABC$  перпендикулярны плоскости основания. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 8$  см,  $BC = 6$  см, а расстояние от точки  $D$  до прямой  $BC$  равно 17 см.
5. Основанием пирамиды является равносторонний треугольник, сторона которого равна  $12\sqrt{3}$  см. Высота пирамиды равна 6 см. Все боковые грани образуют с плоскостью основания равные углы. Найдите эти углы.