

**Контрольная работа № 1**

**Показательная функция.**

**Показательные уравнения и неравенства**

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 9^{\sin x}$ .
2. Решите уравнение:
  - 1)  $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 250$ ;
  - 2)  $4^x - 3 \cdot 2^x = 40$ .
3. Решите уравнение:
  - 1)  $(7^{x+3})^{x-4} = \left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot 49^{x+6}$ ;
  - 2)  $7 \cdot 49^x + 10 \cdot 28^x = 8 \cdot 16^x$ ;
  - 3)  $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$ .
4. Решите неравенство:
  - 1)  $0,1^{\frac{x^2-4x-15}{x+1}} \geq 0,001$ ;
  - 2)  $0,5^{2x-3} - 17 \cdot 0,5^x + 2 < 0$ .
5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $25^x - (a-4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$  не имеет действительных корней?

**Контрольная работа № 2**

**Логарифмическая функция.**

**Логарифмические уравнения и неравенства.**

**Производные показательной и логарифмической функций**

1. Найдите область определения функции  $y = \frac{7}{\log_2(x+4)}$ .
2. Решите уравнение:
  - 1)  $\log_7(2x+9) = \log_7(x^2+5x-1)$ ;
  - 2)  $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ .
3. Решите неравенство  $\log_{0,9}(x-4) \geq \log_{0,9}(8-x)$ .
4. Вычислите значение выражения  $\frac{\log_9 27 + \log_9 3}{2\log_2 6 - \log_2 9}$ .
5. Решите уравнение:
  - 1)  $1 + 2\log_x 5 = \log_5 x$ ;
  - 2)  $2\log_7(x-2) = \log_7(x-10)^2 - 2$ .
6. Найдите множество решений неравенства  $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2 > 0$ .
7. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = e^{-3x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ .
8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\log_3(x-a) = \log_3(1-x)$  имеет решения?

**Контрольная работа № 3**  
**Интеграл и его применение**

1. Вычислите интеграл:

1)  $\int_{-2}^{-1} \frac{4x^3 + x - 3}{x^4} dx;$

3)  $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \cos 3x dx.$

2)  $\int_{-1}^4 \left( \frac{3}{2\sqrt{3x+4}} - x \right) dx;$

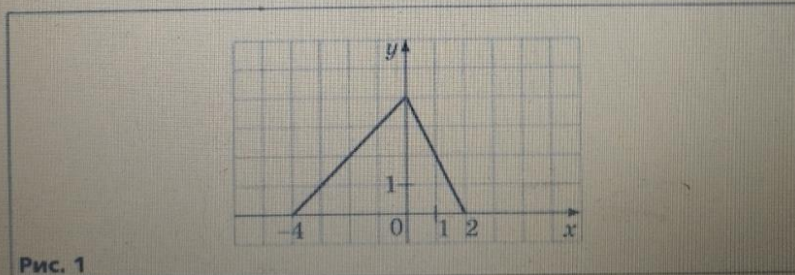
2. Найдите первообразную функции  $f(x) = 4x^3 - 2x + 3$ , график которой проходит через точку  $A(1; -2)$ .

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 4 - x^2$  и  $y = 2 - x$ .

4. Найдите объём тела, образованного вращением вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^4$  и  $y = x$ .

5. На рисунке 1 изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на промежутке  $[-4; 2]$ . Вычислите интеграл

$$\int_{-1}^2 f(x) dx.$$



## Контрольная работа № 4

### Комплексные числа

1. На координатной плоскости отметили начало координат  $O(0; 0)$  и точку  $B(3; -2)$ . Задайте в алгебраической форме комплексное число, равное вектору  $\overline{OB}$ . Найдите модуль этого комплексного числа.
2. Дано:  $z_1 = 5 - 7i$ ,  $z_2 = -4 + 3i$ , Вычислите:
  - 1)  $2z_1 + \overline{z_2}$ ;
  - 2)  $z_1 z_2$ ;
  - 3)  $\frac{z_1}{z_2}$ .
3. Найдите значение выражения  $z^8$ , если
$$z = -\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{32}\right) + i \sin\frac{3\pi}{32}\right).$$
4. Решите уравнение  $z^2 - z + 8 = 0$  на множестве комплексных чисел.
5. Изобразите на комплексной плоскости все числа  $z$ , удовлетворяющие условию  $|3 - z - 2i| = |z + 3|$ .
6. Изобразите на комплексной плоскости все числа, являющиеся корнями пятой степени из числа  $z = -16\sqrt{3} + 16i$ .

## Обобщение и систематизация знаний учащихся

### 1. Решите уравнение:

1)  $36^x - 9 \cdot 6^x + 18 = 0$ ;

2)  $\lg(x - 3) + \lg(x + 45) = 2$ ;

3)  $\lg^2 10x - 6 \lg x = 6$ ;

4)  $\frac{2 \log_3(-x)}{\log_3(-3 - 4x)} = 1$ .

### 2. Решите неравенство:

1)  $5 \cdot 3^x - 4 \cdot 3^{x-1} \geq 99$ ;

2)  $2 \log_{0,8}(-x) \geq \log_{0,8}(10x + 24)$ .

### 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками

функций  $y = \frac{6}{x}$  и  $y = 4 - 0,5x$ .

### 4. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 \sin 4x + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}$ ,

график которой проходит через точку  $A\left(\frac{\pi}{3}; -1\right)$ .

### 5. Изобразите на комплексной плоскости все числа $z$ , удовлетворяющие условию $2 \leq |z + 3i| < 4$ .

### 6. Дана таблица распределения вероятностей случайной величины $x$ .

Значение $x$	2	5	8
Вероятность	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

Найдите математическое ожидание данной случайной величины.

### 7. Сколько решений в зависимости от параметра $a$ имеет уравнение $2^{x-1} = a - (x-1)^2$ ?

## Геометрия

### Контрольная работа № 1

#### Координаты и векторы в пространстве

1. Точки  $C$  и  $D$  симметричны относительно точки  $M$ . Найдите координаты точки  $C$ , если  $D(-6; 2; 3)$ ,  $M(3; -2; -5)$ .
2. Даны точки  $A(2; 4; -1)$ ,  $B(-1; 1; 3)$  и  $C(5; 1; 2)$ . Найдите:
  - 1) координаты точки пересечения медиан треугольника  $ABC$ ;
  - 2) координаты точки  $D$  такой, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.
3. Даны векторы  $\vec{m}(1; -4; -3)$  и  $\vec{n}(5; p; -15)$ . При каком значении  $p$  векторы  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ :
  - 1) коллинеарны;
  - 2) перпендикулярны?
4. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M$  и перпендикулярной прямой  $MK$ , если  $M(3; -4; 1)$ ,  $K(6; -8; 3)$ .
5. Угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $60^\circ$ ,  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ . Найдите скалярное произведение  $(3\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$ .
6. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , ребро которого равно 1 см. На отрезке  $CD_1$  отметили точку  $F$  так, что  $CF : FD_1 = 1 : 5$ .
  - 1) Выразите вектор  $\vec{BF}$  через векторы  $\vec{BA}$ ,  $\vec{BC}$  и  $\vec{BB}_1$ .
  - 2) Найдите угол между прямыми  $BF$  и  $AC_1$ .

### Контрольная работа № 2

#### Цилиндр. Конус. Усечённый конус. Комбинации цилиндра, конуса и усечённого конуса с многогранниками

1. Прямоугольник со сторонами 5 см и 12 см вращается вокруг большей стороны. Найдите площадь полной поверхности полученного тела вращения.
2. Радиусы оснований усечённого конуса равны 3 см и 10 см, а высота — 24 см. Найдите образующую усечённого конуса.
3. В основании конуса проведена хорда  $CD$  на расстоянии  $2\sqrt{13}$  см от центра  $O$  основания, отрезок  $SO$  — высота конуса. Найдите высоту конуса, если точка  $O$  удалена от плоскости  $CDS$  на 6 см.
4. Основанием призмы является равнобедренный треугольник с углом  $\beta$  при вершине. Диагональ боковой грани, содержащая боковую сторону этого треугольника, равна  $d$  и образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, описанного около призмы.
5. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см. Все двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса, вписанного в данную пирамиду.

### Контрольная работа № 3

#### Сфера и шар. Уравнение сферы. Комбинации шара с многогранниками, цилиндром и конусом

1. Диаметр шара равен 30 см. Найдите расстояние от центра шара до его сечения, площадь которого равна  $81\pi$  см<sup>2</sup>.
2. Составьте уравнение сферы, если она проходит через точку  $P(6; -8; 3)$ , центр сферы принадлежит оси аппликат, а радиус сферы равен  $\sqrt{109}$ .
3. Образующая конуса равна 10 см, а радиус основания — 8 см. Найдите радиус шара, вписанного в данный конус.
4. Основанием пирамиды является ромб с острым углом  $\alpha$ , а его меньшая диагональ равна  $d$ . Все двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны  $\beta$ . Найдите радиус шара, вписанного в данную пирамиду.
5. Двугранный угол правильной треугольной пирамиды при ребре основания равен  $\alpha$ , а апофема пирамиды равна  $a$ . Найдите радиус сферы, описанной около данной пирамиды.

#### Контрольная работа № 4

##### Объёмы многогранников

1. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 13 см, а один из катетов — 12 см. Найдите объём призмы, если её высота равна 5 см.
2. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 8 см, а боковые рёбра образуют с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .
3. Найдите объём правильной треугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 6 см и 9 см, а высота — 10 см.
4. Боковое ребро наклонного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 8 см. Расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BB_1$  равно 2 см, между прямыми  $BB_1$  и  $CC_1$  — 3 см, а двугранный угол параллелепипеда при ребре  $BB_1$  равен  $45^\circ$ . Найдите объём параллелепипеда.
5. Апофема правильной треугольной пирамиды равна  $a$ , а плоский угол при вершине —  $\alpha$ . Найдите объём пирамиды.

#### Контрольная работа № 5

##### Объёмы тел вращения. Площадь сферы

1. Радиус основания цилиндра равен 6 см, а диагональ его осевого сечения образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объём цилиндра.
2. На расстоянии 9 см от центра шара проведено сечение, площадь которого равна  $144\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объём шара.
3. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Он вращается вокруг прямой, содержащей сторону длиной 14 см. Найдите объём тела вращения.
4. В нижнем основании цилиндра проведена хорда, которая видна из центра нижнего основания под углом  $90^\circ$ , а из центра верхнего основания — под углом  $60^\circ$ . Найдите объём цилиндра, если радиус его основания равен 8 см.
5. Основанием пирамиды является ромб, диагонали которого равны 30 см и 40 см. Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны  $60^\circ$ . Найдите объём конуса, вписанного в данную пирамиду.

